**Лабораторная работа №2. Математические объекты и их представления**

Компьютерная алгебра — область математики, лежащая на стыке алгебры и вычислительных методов. Для нее, как и для любой области, лежащей на стыке различных наук, трудно определить четкие границы. Часто говорят, что к компьютерной алгебре относятся вопросы, слишком алгебраические, чтобы содержаться в учебниках по вычислительной математике и слишком вычислительные, чтобы содержаться в учебниках по алгебре. При этом ответ на вопрос о том, относится ли конкретная задача к компьютерной алгебре, часто зависит от склонностей специалиста.

Системы компьютерной алгебры для получения точных результатов работают с целыми числами, рациональными и алгебраическими числами. Причем количество цифр в числе не ограничивается. Символьные вычисления обычно оперируют с математическими выражениями произвольного вида. В отличие от вычислительной математики, где структуры данных (числа, массивы) не меняют своего размера, в алгоритмах компьютерной математики выражения меняют свою структуру и размер. Даже в том случае, когда мы можем ограничить размер входных выражений, и знаем какой размер выходных выражений, мы часто сталкиваемся с ситуацией, когда во время вычисления размер промежуточных выражений становится непредсказуемо большой. Поэтому необходимо использовать при реализации алгоритмов динамические структуры данных. В качестве такие структур обычно используют списки. Причем списки, как правило, имеют иерархическую структуру, т.е. элементом списка является снова список.

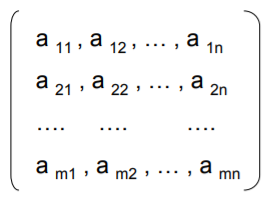
В то же время, предмет компьютерной алгебры – символьные представления и аналитические преобразования математических объектов в компьютерных системах обработки информации.

| Математический объект | Математика/алгебра | Компьютерная алгебра |
| --- | --- | --- |
| Дроби |  | Обыкновенные дроби представляются в виде пары целых чисел: числителя и знаменателя (p/q,q≠0). Не нужно их менять приближенными значениями с плавающей точкой. Н-р: умножение дробей a/b и c/d, |
| Корни |  |  |
| Многочлены |  |  |
| Матрицы |  |  |
| Функции |  |  |
| Списки |  |  |

Алгебраическая функция — элементарная функция, которая в окрестности каждой точки области определения может быть неявно задана с помощью алгебраического уравнения. Алгебраические функции – это функции, которые состоят из цифр и букв, соединяющихся друг с другом при помощи знаков сложения, вычитания, умножения, деления, извлечения корня и возведения в целую степень.   
Выделяют рациональные и иррациональные алгебраические функции.   
Рациональные функции – это те, в которых аргумент не находится под знаком корня (радикала). Они в свою очередь делятся на целые рациональные (т.е. многочлены) и дробные рациональные (выражения, составленные из многочленов). Например:   
Важно отметить, что в рациональных функциях могут присутствовать иррациональные коэффициенты. Основное условие –– отсутствие аргумента функции под знаком радикала.   
Иррациональные функции – это те, которые содержат в себе аргумент под знаком корня (радикала). Например: 

Если порождающий алгебраическую функцию полином неприводим, т.е. не разложим на множители (полиномы с целыми коэффициентами), то корни уравнения P (x) = 0 (алгебраические функции) независимы. Таким образом, для поиска независимых алгебраических функций необходимо решить задачу факторизации полинома от нескольких переменных. Более того, если у нас есть несколько порождающих полиномов, возникает задача разложения полиномов на множители над алгебраическими полями, что довольно сложно. Т.е., если есть два неприводимых полинома P1 и P2 , это еще не значит, что корни второго полинома не являются независимыми в терминах корней первого полинома.

Различают две формы представления матриц: Двумерный массив:



И списком:



Для представления матриц обычно используется плотное представление (т.е. хранятся все элементы матриц, включая нулевые). В некоторых особых случаях для матриц специального вида (диагональных, ленточных и т.п.) применяется разреженное представление.